

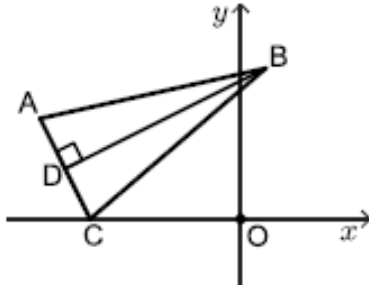


צבוקת קיץ  
לצולאים לכיתה י"א  
טופס 471 4 יחי אימוץ





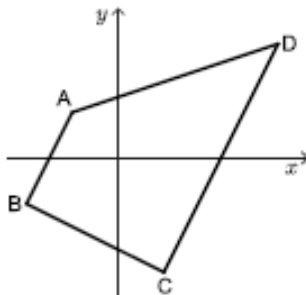
שאלות המשלבות גאומטריה, הנדסה אנליטית וטריגונומטריה



- 1) במשולש שווה שוקיים  $ABC$  ( $AB=BC$ ). נתון  $A(-8,4)$ ,  $B(1,6)$  הקודקוד  $C$  נמצא על ציר ה- $x$ .
- מצאו את אורך שוק המשולש.
  - מצאו את שיעורי הנקודה  $C$  אם ידוע ש- $x_c < x_b$ .
  - $BD$  הוא גובה לצלע  $AC$ .
  - הסבירו ללא חישוב מדוע  $AD=CD$ .
  - חשבו את אורך  $BD$ .
  - חשבו את גודל הזווית  $\angle ACB$ .
  - חשבו את גודל הזווית  $\angle BCO$ , ( $O$  ראשית הצירים).

- 2) נתונה מקבילית  $ABCD$  ששיעורי שלושה מקודקדיה הם:  $A(6,4)$ ,  $B(-5,-2)$ ,  $C(-11,9)$

- חשבו את שיעורי הקודקוד הרביעי (קודקוד  $D$ ).
  - האם המקבילית היא מעוין?
  - האם המקבילית היא מלבן?
  - האם המקבילית היא ריבוע?
- חשבו את אורכי צלעות המקבילית ואת אורכי אלכסוניה.
  - חשבו את היקף המקבילית.
  - חשבו את שטח המקבילית בשתי דרכים:
    - בעזרת שימוש באורכי הצלעות בלבד.
    - בעזרת שימוש באלכסונים בלבד.

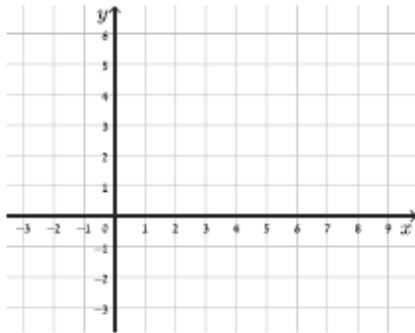


- 3) במערכת הצירים שלפניכם נתון מרובע  $ABCD$  ששיעורי קודקדיו הם:  $A(-2,2)$ ,  $B(-4,-2)$ ,  $C(2,-5)$ ,  $D(7,5)$

- מה הוא סוג המרובע?
- במרובע זה מעבירים קטע אמצעים  $EF$  ( $E$  היא אמצע הצלע  $AD$  ו- $F$  היא אמצע הצלע  $BC$ ).
- מצאו את שיעורי הנקודה  $F$ .
- מצאו את משוואת הישר  $EF$ .
- האלכסון  $AC$  חותך את  $EF$  בנקודה  $K$ .
  - מצאו את שיעורי הנקודה  $K$ .
  - קבעו האם:  $AK = CK$ . נמקו.



4 קודקודי המרובע ABCD הם:  $A(8,2)$ ,  $B(2,6)$ ,  $C(0,1)$ ,  $D(6,-3)$ .



א. סרטטו את המרובע ABCD במערכת הצירים שלפניכם:

ב. מה הוא סוג המרובע ABCD? הסבירו.

ג. מעבירים את האלכסון AC. מה הוא אורכו?

ד. מסמנים בנקודה E את אמצע הצלע CD

ובנקודה H את אמצע האלכסון AC.

הוכיחו כי  $\triangle CEH \sim \triangle ABC$ .

ה. (1) חשבו את זווית  $\angle ACD$ .

(2) חשבו את אורכי צלעות המרובע ABCD.

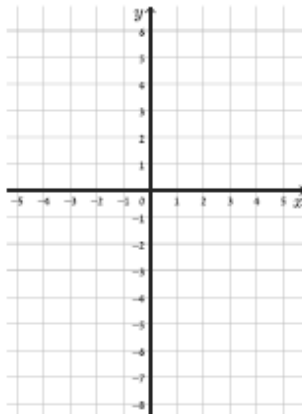
(3) חשבו את שטח המשולש ACD.

(4) חשבו את שטח המרובע ABCD.

ו. חשבו את היחס שבין שטח המשולש CEH

לשטח המרובע ABCD.

5 נתון מלבן ABCD ששיעורי קודקודיו הם:  $A(-4,4)$ ,  $B(0,5)$ ,  $C(3,-7)$ ,  $D(-1,-8)$ .



א. סרטטו את המלבן ABCD במערכת צירים.

ב. חשבו את היקף המלבן ואת שטחו.

ג. חשבו את אורכי האלכסונים של המלבן.

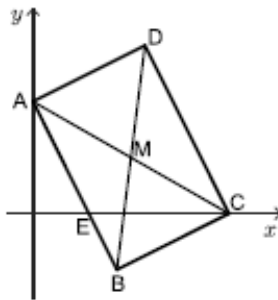
ד. מצאו את משוואות האלכסונים.

ה. מצאו את שיעורי נקודת מפגש האלכסונים במלבן.

ו. מצאו את הזוויות הנוצרות בין אלכסוני המלבן

לצלעות המלבן.

ז. מצאו את הזווית החדה שבין אלכסוני המלבן.



6) המרובע ABCD הוא מקבילית. אורך הצלע  $BC = AD = \sqrt{20}$ .

נתון:  $D(4,6)$ ,  $B(3,-2)$ , O ראשית הצירים.

א. מצאו שיעורי הנקודה A, אם נתון:  $y_A < 6$ .

ב. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מלבן.

ג. אלכסוני המלבן נפגשים בנקודה M.

מצאו את שיעורי הקודקוד C.

הצלע AB חותכת את ציר ה-x בנקודה E.

ד. מצאו את שיעורי הקודקוד E.

ה. (1) הוכיחו כי המשולשים CBE ו-AOE דומים, ומצאו את יחס הדימיון.

(2) מצאו פי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש AOE.

ו. חשבו את שטח המרובע ACBO.

ז. חשבו את גודל הזווית  $\angle ACB$ .

7) במשולש ABC הנקודות D, E, F הן אמצעי הצלעות AB, BC, AC בהתאמה.

א. הוכיחו כי המרובע ADEF הוא מקבילית.

נתון:  $A(-2,1)$ ,  $F(2,-1)$ ,  $E(5,1)$ ,  $D(1,3)$ .

ב. מצאו את שיעורי הנקודה B.

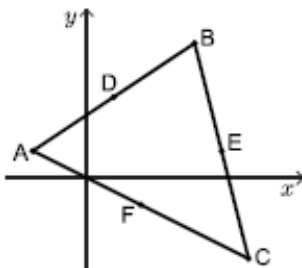
ג. חשבו את שיעורי הנקודה C.

ד. הסבירו מדוע  $\triangle DEF \sim \triangle CAB$ .

ה. מהו היחס בין היקף המשולש DEF לבין היקף המשולש CAB?

ו. מהו היחס בין שטח המשולש DEF לבין שטח המשולש CAB?

ז. הוכיחו:  $S_{\triangle ABF} = 2 \cdot S_{\triangle DEF}$ .



8) במשולש ישר זווית ABC ( $\angle ACB = 90^\circ$ ) הקודקוד C מונח על ציר ה-x.

מהקודקוד B הורידו אנך לציר ה-x החותך אותו בנקודה D.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. הוכיחו:  $\triangle AOC \sim \triangle CDB$ .

ב. משוואת הצלע AC היא:  $4y + 3x = 48$ .

מצאו את אורך הצלע AO.

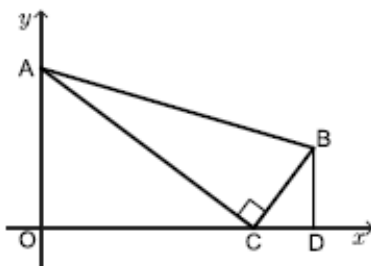
ג. נתון כי יחסי השטחים  $\frac{S_{\triangle AOC}}{S_{\triangle CDB}} = \frac{64}{9}$ .

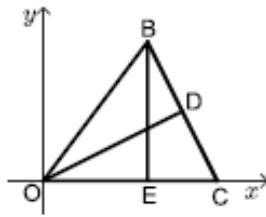
(1) מצאו את אורך הצלע CD.

(2) מצאו את אורכי הצלעות CO ו-BD.

ד. (1) חשבו את גודל הזווית  $\angle CBA$ .

(2) האם המשולשים AOC ו-ACB דומים זה לזה? נמקו.





9 במשולש OBC העבירו גבהים OD ו-BE לצלעות BC ו-OC בהתאמה.

הנקודה O היא ראשית הצירים. הנקודה C נמצאת על ציר ה-x.

משוואת הישר BC היא:  $y = -2x + 20$ .

א. מצאו את אורך הצלע OC.

ב. (1) מצאו את משוואת הישר OD.

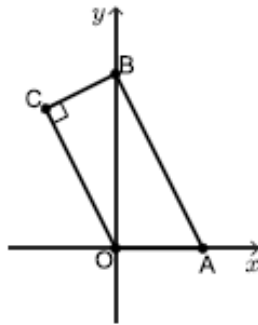
(2) חשבו את גודל הזווית החדות של המשולש ODC.

ג. הוכיחו כי המשולשים BEC ו-ODC דומים.

ד. נתון:  $\frac{S_{BEC}}{S_{ODC}} = 0.8$ .

(1) חשבו את אורך הצלע BC.

(2) חשבו את שטח המשולש OBC.



10 המרובע ABCO הוא טרפז ישר זווית ( $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB \parallel OC$ ).

משוואת הצלע AB היא:  $y = -2x + 5$ .

הנקודות A ו-B נמצאות על ציר ה-x ועל ציר ה-y בהתאמה.

O ראשית הצירים (כמתואר באיור).

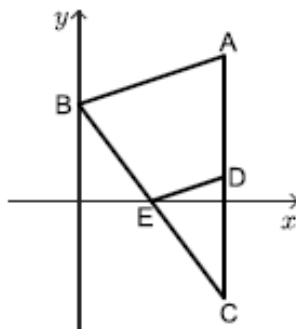
א. (1) מצאו את משוואת הצלע BC.

(2) חשבו את שיעורי הקודקוד C.

ב. חשבו את גודל הזווית BOC.

ג. (1) הוכיחו כי המשולשים ABO ו-BOC דומים.

(2) חשבו את יחס השטחים של המשולשים ABO ו-BOC.



11 בסרטוט שלפניכם מתואר משולש ABC.

הקודקוד B נמצא על ציר ה-y, והצלע AC מקבילה לציר ה-x.

נתון:  $AB = \sqrt{40}$ ,  $A(6,6)$ .

שיעור ה-y של הקודקוד B קטן מ-6.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC.

נתון: הנקודה E נמצאת על ציר ה-x.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות E ו-C.

הנקודה D היא אמצע הצלע AC.

מן הנקודה E העבירו ישר המקביל לציר ה-y וחותך את הצלע AB בנקודה F.

ג. (1) הוכיחו כי המרובע FADE הוא מקבילית.

(2) חשבו את שטח המקבילית FADE.

ד. מצאו את גודל הזווית  $\angle DEF$ .



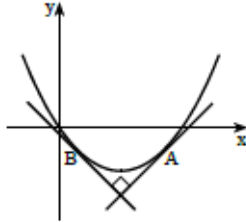
תשובות סופיות:

- (1) א.  $\sqrt{85}$  ב.  $C(-6,0)$  ג. במשולש שווה שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון. ד.  $BD = 4\sqrt{5}$   
ה.  $\angle ACB = 75.963^\circ$  ו.  $\angle BCO = 40.6^\circ$ .
- (2) א.  $D(0,15)$  ב. כן, הוכחה. ג. כן, הוכחה. ד. כן, הוכחה.
- (3) א. המרובע ABCD הוא טרפז, מכיוון שיש לו זוג צלעות נגדיות מקבילות ולא שוות:  $(AB \parallel CD, AB \neq CD)$ .  
ב. (1)  $F(-1,-3.5)$  ב. (2)  $y = 2x - 1.5$  ג.  $K(0,-1.5)$ , הוכחה.  
ד. (1)  $R(4.5,0)$  ד. (2)  $M(1.25,1)$  ד. (3)  $AM = RM$ , הוכחה. ה. הוכחה.
- (4) א. ב. היות ו- $AB \parallel CD$  וכן  $AC \parallel DB$  המרובע הוא מקבילית.  
ג.  $AC = d_{AC} = \sqrt{(8-0)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{8^2 + 1^2} = \sqrt{65} \approx 8.06$   
ד. הוכחה. ה. (1)  $40.83^\circ$  ה. (2)  $AD = BC = \sqrt{29}$ ,  $AB = CD = \sqrt{52}$ .  
ה. (3)  $S_{\Delta ACD} =$  שטח 19 יחידות שטח ה. (4)  $S_{ABCD} =$  שטח 38 יחידות שטח ו.  $\frac{S_{\Delta ACEH}}{S_{ABCD}} = \frac{4.75}{38} = \frac{1}{8}$ .
- (5) ב.  $S_{ABCD} = 32.98$  יחידות אורך  $P_{ABCD} = 51$  יחידות שטח.  
ג.  $AC = 13.038$  יחידות אורך.  
ד.  $BD: y = 13x + 5$ ,  $AC: y = -\frac{11}{7}x - 2\frac{2}{7}$   
ה.  $E\left(-\frac{1}{2}, -1\frac{1}{2}\right)$  ו.  $\alpha = 18.43^\circ$  ז.  $\angle DEC = 36.87^\circ$ .
- (6) א.  $A(0,4)$  ב. הוכחה. ג.  $C(7,0)$  ד.  $E(2,0)$   
ה. (1) הוכחה, יחס הדימיון  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ . (2) פי 1.25 ו. 21 יח"ר ז.  $56.31^\circ$ .
- (7) א. הוכחה. ב.  $B(4,5)$  ג.  $C(6,-3)$  ד. הוכחה.  
ה. 1:2 ו. 1:4.
- (8) א. הוכחה. ב.  $AO = 12$  יח"א ג.  $CD = 4.5$  יח"א (1) ג.  $CO = 16, BD = 6$  (2) ד.  $69.44^\circ$  (1) ד. (2) לא.
- (9) א.  $OC = 10$  ב. (1)  $y = \frac{1}{2}x$  ג. (2)  $\angle C = 63.43^\circ$ ,  $\angle COD = 26.565^\circ$   
ד.  $BC = 4\sqrt{5}$  (1) ד. (2)  $S_{\Delta BOC} = 40$  יח"ר.
- (10) א.  $y = \frac{1}{2}x + 5$  (1) א.  $C(-2,4)$  (2) ב.  $\angle BOC = 26.56^\circ$   
ג. (1) הוכחה. ג. (2)  $\frac{S_{\Delta ABO}}{S_{\Delta BOC}} = \frac{5}{4}$ .
- (11) א.  $B(0,4)$  ב.  $C(6,-4)$ ,  $E(3,0)$  ג. (1) הוכחה.  
ד.  $\angle DEF = 71.56^\circ$  ג. (2) 15 יח"ר.



## חשבון דיפרנציאלי

### חקירת פולינום



1. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 - 5x$ .  
 ישר משיק לגרף הפונקציה בנקודה A שבה  $x = 3$ .  
 א. מצאו את שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A.  
 ב. המשיק לגרף הפונקציה בנקודה B מאונך למשיק בנקודה A (ראו ציור). מצאו את שיעורי הנקודה B.

2. המשיק לגרף הפונקציה  $f(x) = \frac{x^4}{2} - ax + 10$  בנקודה  $x = 1$  מקביל לישר  $y = -2x + 10$ . מצאו את a.



3. לפניכם גרף הפונקציה  $f(x) = -x^3 + 9x^2$ .  
 א. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.  
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.  
 ג. מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה.  
 ד. כמה פתרונות יש למשוואה  $f(x) = -2$ : הדרכה: היעזרו בגרף הפונקציה.  
 ה. מצאו לאילו ערכי x הפונקציה  $f(x)$  יורדת וחיובית.

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = -x^3 + 8x^2 - 16x$ .  
 א. מצאו: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים.  
 ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x+3)$ .  
 (1) בכמה יחידות ולאיזה כיוון יש להזיז את גרף הפונקציה  $f(x)$ , כדי לקבל את הגרף של  $g(x)$ ?  
 (2) מהן שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ?  
 (3) שרטטו (ללא חישובים נוספים) סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .  
 ד. (1) לאילו ערכים של k, יש למשוואה  $f(x) = k$  שני פתרונות?  
 (2) לאילו ערכים של k, יש למשוואה  $g(x) = k$  שני פתרונות?

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^4 - 18x^2 + 32$ .  
 א. הוכיחו שהפונקציה היא פונקציה זוגית.  
 ב. מצאו: (1) נקודות קיצון. (2) תחומי עלייה וירידה. (3) נקודות חיתוך על הצירים.  
 ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ד. מהם תחומי החיוביות של הפונקציה  $f(x)$ ?  
 ה. היעזרו בסעיפים קודמים, ופתרו את אי השוויון  $x^4 - 18x^2 + 32 < 0$ .

6. הפונקציה  $f(x) = 2x^3 - mx^2 + 12x$  מקיימת:  $f'(3) = 12$ .  
 א. מצאו את m.  
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.  
 ג. מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.  
 ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.



תשובות:

1. א. 1. ב.  $(2; -6)$ . 2.  $a=4$ .  
 3. א.  $(0;0)$  מינימום,  $(6;108)$  מקסימום. ב. עלייה:  $0 < x < 6$ , ירידה:  $x > 6$  או  $x < 0$ .  
 ג.  $(0;0)$ ,  $(9;0)$ . ד. פתרון אחד. ה.  $6 < x < 9$  או  $x < 0$ .  
 4. א. כל  $x$ . ב.  $(2)$   $(1\frac{1}{3}; -9\frac{13}{27})$  מינימום,  $(4;0)$  מקסימום.  
 3) עלייה:  $1\frac{1}{3} < x < 4$ , ירידה:  $x > 4$  או  $x < 1\frac{1}{3}$ .  $(4)$   $(0;0)$ ,  $(4;0)$ .

ב. ג. 1) 3 יחידות שמאלה.

2)  $(-1\frac{2}{3}; -9\frac{13}{27})$  מינימום,  $(1;0)$  מקסימום.

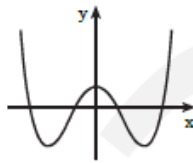


3)



ד. 1)  $k=0$ ,  $k=-9\frac{13}{27}$ . 2)  $k=0$ ,  $k=-9\frac{13}{27}$ .

5. ב. 1)  $(3; -49)$  מינימום,  $(0;32)$  מקסימום,  $(-3; -49)$  מינימום.  
 2) עלייה:  $x > 3$  או  $-3 < x < 0$ . ירידה:  $0 < x < 3$  או  $x < -3$ .  
 3)  $(-\sqrt{2};0)$ ,  $(\sqrt{2};0)$ ,  $(-4;0)$ ,  $(4;0)$ ,  $(0;32)$ .  
 ד.  $x > 4$  או  $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$  או  $x < -4$ .  
 ה.  $\sqrt{2} < x < 4$  או  $-4 < x < -\sqrt{2}$ .



ד.



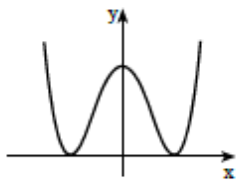
6. א.  $m=9$ . ב.  $(0;0)$ .  
 ג.  $(1;5)$  מקסימום,  
 מינימום.  $(2;4)$ .



**חקירת פונקציה מורכבת**

8. נתונה הפונקציה  $y = (x+2)^4$ .
- מצאו את הנגזרת של הפונקציה.
  - לגרף הפונקציה מעבירים משיק בנקודה  $(-1;1)$  שעל הגרף.
  - חשבו את שיפוע המשיק. (2) מצאו את משוואת המשיק.
  - חשבו את הזווית החדה שיוצר המשיק עם ציר ה- $x$ .
9. נתונה פונקציה  $f(x) = (x^2 - 1)^2$ .
- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
  - הוכיחו שהפונקציה היא **פונקציה זוגית**.
  - מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.
  - מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
  - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
  - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
  - הסבר מדוע הפונקציה היא אי שלילית לכל  $x$ .
  - (1) מצאו את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה  $g(x)$ , המקיימת  $g(x) = f(x) - 6$ .
  - (2) כמה נקודות אפס יש לפונקציה  $g(x)$ ?
10. גזרו את הפונקציה  $y = 2x^2(x+2)^4$ .
- הדרכה:** בשלב ראשון גזרו אחד מגורמי המכפלה. בשלב השני יש להשתמש בנגזרת של מכפלת שתי פונקציות. הוציאו גורם משותף מקסימלי. השאירו את התשובה כמכפלה.

**תשובות:**

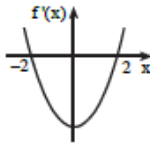


7.

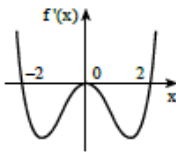
8. א.  $y' = 4(x+2)^3$ . ב. (1) 4. ג.  $y = 4x + 5$ . ד.  $75.96^\circ$ .
9. א. כל  $x$ .
- ג. מקסימום,  $(0;1)$ ; מינימום,  $(1;0)$ ; מינימום,  $(-1;0)$ .
- ד. עלייה:  $x > 1$  או  $-1 < x < 0$ ; ירידה:  $0 < x < 1$  או  $x < -1$ .
- ה.  $(0;1)$ ,  $(1;0)$ ,  $(-1;0)$ .
- ח. (1) מקסימום,  $(0;-5)$ ; מינימום,  $(1;-6)$ ; מינימום,  $(-1;-6)$ .
- (2) שתי נקודות.
10.  $4x(x+2)^3(3x+2)$ .



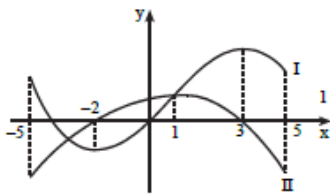
**פולינום – קשר גרף נגזרת**



12. בציור מתואר גרף הנגזרת  $f'(x)$  של פונקציה  $f(x)$ .
- מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של  $f'(x)$ .
  - מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
  - מצאו את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוג הקיצון.
  - נתון גם:  $f(0)=0$ . שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

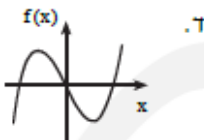


13. בציור מתואר גרף הנגזרת  $f'(x)$  של פונקציה  $f(x)$ .
- מצאו את תחומי העלייה והירידה של  $f(x)$ .
  - נתון:  $f(0)=0$ . שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
  - לגרף הפונקציה  $f(x)$  העבירו משיקים המקבילים לציר ה- $x$ . מהם שיעורי ה- $x$  של נקודות ההשקה של המשיקים האלה?
  - נתון גם כי משוואת הפונקציה היא  $f(x)=3x^5-20x^3$ . מצאו את משוואות המשיקים שבסעיף ג'.

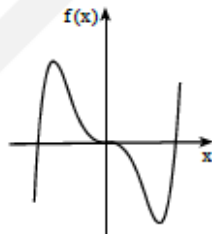


14. בציור שלפניך מתוארים, הגרפים I ו-II בתחום  $-5 \leq x \leq 5$ .
- אחד הגרפים הוא של הפונקציה  $f(x)$ , והאחר של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- איה מהגרפים הוא הגרף של הפונקציה  $f(x)$ ?
  - מצאו את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  (כולל נקודות קצת התחום), וקבעו את סוג הקיצון.

**תשובות**



12. א. חיוביות:  $x > 2$  או  $x < -2$ , שליליות:  $-2 < x < 2$ .
- ב. עלייה:  $x > 2$  או  $x < -2$ , ירידה:  $-2 < x < 2$ .
- ג.  $x = -2$  מקסימום,  $x = 2$  מינימום.



13. א. עלייה:  $x > 2$  או  $x < -2$ , ירידה:  $-2 < x < 2$ .
- ג.  $x = -2, x = 0, x = 2$ .
- ד.  $y = -64, y = 64, y = 0$ .

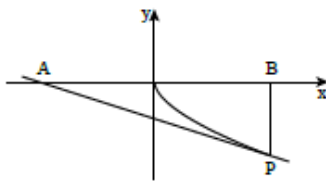
14. א. גרף I הוא של  $f(x)$ . הסבר אפשרי: כאשר גרף I עולה, אז גרף II הוא חיובי, וכאשר גרף I יורד, אז גרף II הוא שלילי.
- ב.  $x = 5$  מינימום,  $x = 3$  מקסימום,  $x = -2$  מינימום,  $x = -5$  מקסימום.



חקירת פונקציית שורש

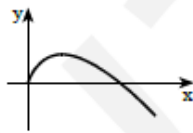


1. לפניכם גרף הפונקציה  $f(x) = -\sqrt{x} + 3$ .
- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
  - מצאו את נקודות המפגש של גרף הפונקציה עם הצירים.
  - כתבו את תחומי החיוביות של הפונקציה.
  - כתבו את תחומי השליליות של הפונקציה.



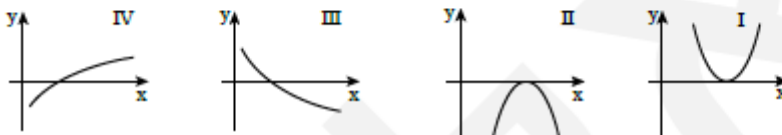
3. מעבירים ישר המשיק לפונקציה  $y = -\sqrt{4x}$  בנקודה P ושיפועו  $-\frac{1}{3}$ .
- מצאו את שיעורי נקודת ההשקה.
  - מצאו את משוואת המשיק.
  - המשיק שאת משוואתו מצאתם בסעיף ב' חותך את ציר ה-x בנקודה A. האנך מנקודה P לציר ה-x חותך את ציר ה-x בנקודה B. חשבו את שטח המשולש ABP.

4. נתונה הפונקציה  $y = (x-2)\sqrt{x}$ .
- מצאו את הנגזרת של הפונקציה. יש להשתמש בנוסחה לנגזרת של מכפלת שתי פונקציות.
  - מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה על הגרף שבה  $x = 4$ .



5. לפניכם גרף הפונקציה  $f(x) = 2\sqrt{x} - x$ .
- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
  - מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
  - מצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
  - כתבו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
  - הסבירו מדוע בתחום  $x \geq 0$  מתקיים אי השוויון  $2\sqrt{x} - x \leq 1$ .
  - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ , המקיימת  $g(x) = -f(x)$ .

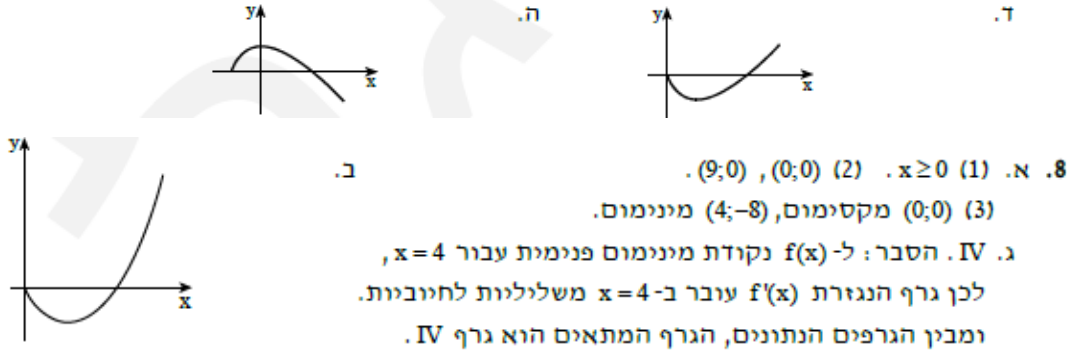
8. נתונה הפונקציה  $f(x) = x\sqrt{4x} - 6x$ .
- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
  - מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
  - מצאו את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
  - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
  - איזה גרף מביי הגרפים I, II, III, IV, עשוי לתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  בתחום  $1 \leq x \leq 10$ ? נמקו.



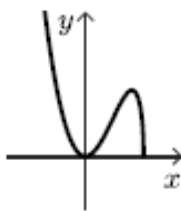


תשובות:

1. א.  $x \geq 0$ . ב.  $(0;3)$ ,  $(9;0)$ . ג.  $0 \leq x < 9$ . ד.  $x > 9$ .
3. א.  $P(9;-6)$ . ב.  $y = -\frac{1}{3}x - 3$ . ג. 54. 4. א.  $\frac{3x-2}{2\sqrt{x}}$ . ב.  $y = 2\frac{1}{2}x - 6$ .
5. א. (1)  $x \geq 0$ , (2)  $(4;0)$ ,  $(0;0)$ , (3)  $(1;1)$  מקסימום,  $(0;0)$  מינימום.  
ב. חיוביות:  $0 < x < 4$ , שליליות:  $x > 4$ .



המשך:



- 9) בציור שלפניכם מוצג גרף הפונקציה:  $f(x) = x^2 \sqrt{10-4x}$ .
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
  - ב. מצאו את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
  - ג. כמה פתרונות יש למשוואה:  $x^2 \sqrt{10-4x} = 5$ ? נמקו את תשובתכם.

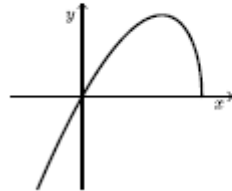
10) נתונה הפונקציה:  $f(x) = ax \cdot \sqrt{12-x}$ .  $a > 0$  הוא פרמטר.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. (1) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = -4$  הוא 9. מצאו את  $a$ .  
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. נתונה הפונקציה:  $g(x) = f(x) - k$ , הפונקציה  $g(x)$  משיקה לציר ה- $x$ . מצאו את  $k$ .



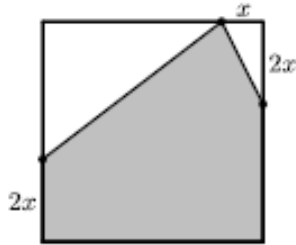
תשובות:

- 9) א.  $x \leq 2.5$  ב.  $\min(0,0)$ ,  $\max(2,4\sqrt{2})$  ג. 3 פתרונות.
- 10) א.  $x \leq 12$  ב.  $a=2$  ב.  $(0,0)$ ,  $(2,0)$  ג.  $\min(0,0)$ ,  $\max(8,32)$
- ד. ראו סרטוט בצד. ה.  $k=32$  סרטוט לסעיף ד:



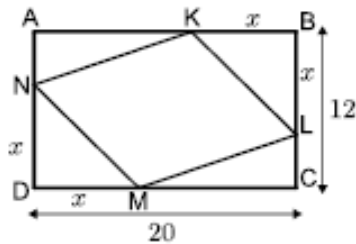


**בעיות קיצון - גאומטריות**



**13** נתון ריבוע בעל אורך צלע של 16 ס"מ.

מקצים קטע שאורכו  $x$  על הצלע העליונה ושני קטעים שאורכם  $2x$  על הצלעות הצדדיות כמתואר באיור כך שנוצר המחומש המסומן.  
מצאו מה צריך להיות ערכו של  $x$  עבורו שטח המחומש יהיה מקסימלי.



**14** הנקודות  $K, L, M, N$  מקצות קטעים שווים

במלבן ABCD כך ש:  $BK = BL = DM = DN = x$ .

צלעותיו של המלבן הן 20 ס"מ ו-12 ס"מ.

א. הבע באמצעות  $x$  את סכום שטחי

המשולשים:  $\Delta AKN + \Delta KBL + \Delta CLM + \Delta DNM$ .

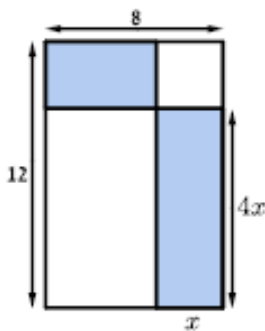
ב. מצאו מה צריך להיות  $x$  כדי ששטח

המרובע LKNM יהיה מקסימלי.

ג. מה הוא השטח של המרובע LKNM במקרה זה?

**15** במשולש ישר זווית סכום אורכי הניצבים הוא 12 ס"מ.

מה צריך להיות אורכו של כל ניצב על מנת ששטח המשולש יהיה מקסימלי?



**16** נתון מלבן שאורכי צלעותיו הם 8 ס"מ ו-12 ס"מ כמתואר באיור.

מקצים קטעים באורכים של  $x$  ושל  $4x$  על צלעות המלבן

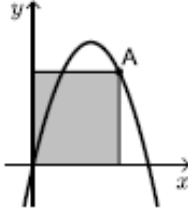
כך שנוצרים המלבנים הצבועים.

מצאו את  $x$  עבורו סכום שטחי המלבנים הצבועים

הוא מינימלי.

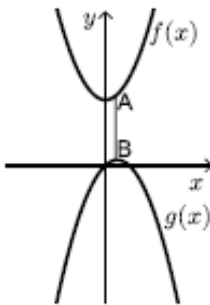


**בעיות קיצון – פונקציות וגרפים**



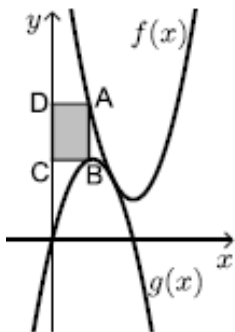
**17** נתונה הפונקציה:  $f(x) = 6x - x^2$ .

מנקודה A שעל הפונקציה ברביע הראשון הורידו אנכים לצירי השיעורים כך שנוצר מלבן כמתואר בסרטוט. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי?



**18** נתונות הפונקציות:  $f(x) = x^2 + 12$  ו-  $g(x) = 2x - x^2 - 1$

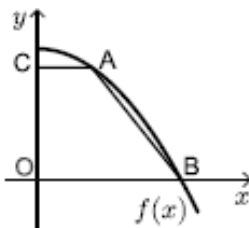
כמתואר: הנקודות A ו-B נמצאות בהתאמה על הגרפים של הפונקציות:  $f(x)$  ו-  $g(x)$  כך שהקטע AB מקביל לציר ה- $y$ . מצאו מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שאורך הקטע AB יהיה מינימלי.



**19** באיור שלפניכם מתוארים הגרפים של

הפונקציות:  $f(x) = x^2 - 8x + 18$  ו-  $g(x) = -x^2 + 4x$ .

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$  והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה  $g(x)$  כך שהקטע AB מקביל לציר ה- $y$ . מעבירים אנכים מהנקודות A ו-B לציר ה- $y$  כך שנוצר מלבן (המסומן). נסמן את שיעור ה- $x$  של הנקודה A ב- $t$ .  
א. הביעו באמצעות  $t$  את שטח המלבן המסומן.  
ב. מצאו את ערכו של  $t$  עבורו שטח המלבן הוא מקסימלי.  
ג. מה יהיה שטח המלבן במקרה זה?



**20** נתונה הפונקציה:  $f(x) = 36 - x^2$ .

על גרף הפונקציה ברביע הראשון מסמנים נקודה A. מהנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה- $x$  שחותך את ציר ה- $y$  בנקודה C. הנקודה B היא נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $x$  ו-O ראשית הצירים.  
א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי ששטח הטרפז ABOC יהיה מקסימלי?  
ב. מה יהיה שטח הטרפז במקרה זה?



תשובות :

13)  $x = 6$

14) א.  $2x^2 - 32x + 240$

15) א. 6 ס"מ ו-6 ס"מ.

16)  $x = 2.75$

17)  $A(4,8)$

18)  $A(0.5, 12.25)$

19) א.  $S = 2t^3 - 12t^2 + 18t$

20) א.  $A(2,32)$

ג. 128 סמ"ר  $S =$

ב.  $x = 8$

ג.  $S = 8$

ב.  $t = 1$

ב.  $S = 128$



בהצלחה